



Benfords lag visar att vissa siffror dyker upp oftare än andra. En kunskap exempelvis Trelleborg AB använder sig av vid internrevision.

ILLUSTRATION: CLAES JURANDER

Ständigt dessa ettor...

Av Johan Nilsson

Jag avslöjar dem nästan alltid, säger Ted Hill som är professor i matematik vid Georgia Institute of Technology i USA.

Han ber sina studenter kasta ett mynt 200 gånger och skriva upp ordningsföljden av kastens alla "krona" och "klave". De får fuska och inte kasta myntet alls, men då måste de skriva upp en falsk ordningsföljd. Nästa dag ögnar professor Hill igenom resultaten och pekar snabbt ut dem som var för lata för att kasta myntet på riktigt.

Faktum är att de flesta inte kan fuska med siffror på ett trovärdigt sätt, säger han och skrattar.

Tricket är att i en serie på 200 kast är sannolikheten överhängande att det åtminstone en gång kommer upp en serie av minst sex "krona" eller "klave" i en följd. De allra flesta fuskar vet inte detta och undviker därför att skriva upp så många "krona" eller "klave" efter varandra.

Med relativt enkel matematik är det också möjligt att avslöja när något inte står rätt till med siffrorna i till exempel en vanlig inkomstdeklaration. Det handlar om sannolikheten för att olika tal ska se ut på ett visst sätt. Ett av de allra bästa verktygen för detta är den märkliga "Doktor Benfords sats".

Med hjälp av hans formler är det möjligt att se om det är något skumt med talen, och nu börjar den användas av allt fler nitiska skattetjänstemän och företagsrevisorer världen över för att avslöja skattesmitare och andra bedragare.

För hur konstigt det än låter är tal som börjar med vissa siffror vanligare än andra – oavsett om det gäller de tal som finns i den här tidningen, aktiekurser eller arealerna på världens alla insjöar.

DOKTOR FRANK BENFORD var en fysiker som arbetade på General Electric Company på 1930-talet i USA. På den tiden fanns inga miniräknare eller datorer, och lösningarna på alla logaritmer slogs upp i tabeller. Logaritmer är ett praktiskt sätt att uttrycka stora tal, och de är något av en nyckel vid många av de matematiska beräkningar som utförs varje dag av matematiker, fysiker och ingenjörer.

Frank Benford lade märke till att de logaritmtabeller som korresponderade till siffran ett var mycket smutsigare och mer utslitna än andra. Han satte därför igång med att analysera inte mindre än 20 229 olika tal från alla möjliga områden. Frank Benford slog i böcker och kontrollerade arealerna på Amerikas floder. Han lusläste baseballstatistik, slog upp molekylvikterna för en rad olika ämnen och han tittade på de tal som dök upp i några nummer av Det Bästa samt gatuadresserna för de 342 första vetenskapsmännen som förekom i boken "American Men of Science", och så vidare.

Till sin förvåning såg Benford att alla tal, hur obesläktade de än var, följde samma sannolikhetsmönster vad gällde den första siffran i talet. Hela 30 procent av de tal han kontrollerade började, av någon anledning, med siffran ett.

Näst mest troligt var ett tal som började med siffran två, tredje mest

vanligt var tal som började med en trea, och så vidare i en fallande sannolikhetskala ända till siffran nio.

Det här går stick i stäv mot vårt sunda förnuft. Intuitivt tycker vi att sannolikheten för att en mängd helt slumpmässigt insamlade tal ska börja med en viss siffra är densamma för alla nio siffror, det vill säga en på 9 eller 11 procent. Men så är det alltså inte. Aktiekurser, halveringstiden för radioaktiva ämnen, tennisresultat, invånarantalet i stora eller små städer, elräkningarna på Salomonöarna och många andra typer av tal följer alla Benfords lag. Ungefär ett av tre tal, från de mest skilda sammanhang, börjar med siffran ett. Sannolikheten sjunker successivt och chansen att ett tal börjar med en tvåa är 17,6 procent och oddsen för hitta ett tal som börjar med en nia är bara 4,6 procent.

EN MÄRKLIG EGENSKAP med de här talen är att de är vad matematiker kallar skalinvarianta. Det vill säga att det spelar ingen roll om till exempel aktiekurserna baserar sig på japanska yen eller svenska kronor eller om de representeras i form av det internationella aktieindexet Dow Jones. Benfords lag gäller i alla fall och chansen är fortfarande störst att stöta på ett tal som börjar med siffran ett.

Jag förstår om det är svårt att förstå varför tal som börjar med vissa siffror skulle vara vanligare än andra. Men så är det faktiskt, säger Ted Hill ursäktande.

Det var han som för ett par år sedan lade fram det matematiska beviset för Benfords lag.

Men Benfords matematik är mer

än rolig kurios. Den går faktiskt att använda praktiskt inom en rad områden. Den främste experten på att hitta smarta tillämpningar för Benfords lag är matematikern Mark J Nigrini vid Southern Methodist University i Dallas, USA.

HANS IDÉ är att en viss uppsättning tal, till exempel de tal som förekommer i en inkomstdeklaration, mer eller mindre borde följa den fördelning som förutsägs av Benfords lag. Om talen inte uppför sig enligt doktor Benfords ordination kan det vara något skumt i görningen. Antingen har någon manipulerat siffrorna med flit, till exempel en skattesmitare, eller så är det något annat som har gått snett.

För få tal som börjar med en etta räcker som en varningssignal. Då bör myndigheterna eller företaget gå igenom siffrorna en extra gång, säger Mark J Nigrini som har utvecklat ett dataprogram åt företag och myndigheter som bygger på Benfords matematik för att hitta felaktiga talserier.

I Sverige använder till exempel företaget Trelleborg AB Benfords lag i sin internrevision för att avslöja bedrägerier. Men de svenska skattemyndigheterna har inte nappat.

Jag känner inte till Benfords lag. Men jag tror att den typen av kontrollsystem kommer allt mer. Vi har studerat liknande metoder där man försöker hitta en avvikande profil i de inlämnade uppgifterna men vi använder det inte ännu, säger Alf Carlsson som är avdelningsdirektör på kontrollavdelningen vid Riksskatteverket.

Andra användningsområden för Benfords sifferfenomen skulle kunna

vara att skapa matematiska modeller för att förutsäga aktiekurser. Om dagens aktiekurser följer Benfords lag – vilket de har visat sig göra – borde även morgondagens aktiekurser göra det.

För att över huvud taget få en aning om hur Benfords fenomen fungerar kan vi för enkelhetens skull, berättar Ted Hill, nöja oss med att jämföra tal som börjar med siffran ett med tal som börjar med siffran nio. Börja räkna från 1 och framåt: 1, 2, 3 och så vidare. Efter en viss tid, när som helst, stannar vi och räknar ut hur stor del av de tal vi räknat som börjar med siffran ett respektive nio. Stannar vi redan på siffran ett blir det 100 procent av talen som börjar med ett, stannar vi på två blir det 50 procent, stannar vi på tre blir det 33 procent och så vidare.

OM VI RÄKNAR EFTER ser vi att andelen tal som börjar med siffran ett alltid kommer att pendla mellan 11 och 55 procent, oavsett hur långt vi räknar.

Gör vi samma sak för siffran nio däremot, ser vi att andelen tal som börjar med nio aldrig överstiger 11 procent. När vi än väljer att sluta räkna är andelen tal som börjar med siffran ett alltid större än de som börjar med en nia. Alltså är sannolikheten att stöta på ett tal som börjar med siffran ett alltid större än att hitta ett tal som börjar med en nia. Samma sak gäller för siffrorna två till åtta, men skillnaden blir inte lika tydlig som när vi jämför siffrorna ett och nio.

Men doktor Benfords lag gäller inte för alla tal. Den går till exempel inte att använda för att förbättra oddsen på lotto, eftersom dessa siffror är helt i klorna på slumpen. Tyvärr.